

단기간에 끝내는 핵심 학습

10일
만에
끝내는
수학(하)

이 책의 구성과 특징

| 교과서 핵심 개념 정리 |

교과서 핵심 개념을 유형별로 정리하였습니다.

02 집합(2)

개념 1 집합의 연산

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

- ① **합집합**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$
- ② **교집합**: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$
- ③ **차집합**: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ④ **여집합**: $A^c = U - A = \{x \mid x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$

개념 + α

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

- ① $A \cup A = A, A \cap A = A, A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset$
- ② $A \cap B = \emptyset$ 일 때, 두 집합 A, B 는 서로소라 한다.
- ③ 여집합과 차집합에 관한 성질
- ④ $A - B = A \cap B^c$ ⑤ $(A^c)^c = A$
- ⑥ $U^c = \emptyset, \emptyset^c = U$ ⑦ $A \cup A^c = U, A \cap A^c = \emptyset$

01 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 약수의 두 부분집합}$
 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 약수의 배수}\}$
 $B = \{2, 6, 10, 30\}$
 에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

풀이 조수를 계산하는 방법으로 나뉘는 정수는 각각의 원소를 알면 되기 어려우므로, 원소를 나열하는 방법으로 나타내어 정답, 교집합을 구한다.

12 | 집합과 명제

| 대표 예제 |

교과서 예제, 유제 수준의 문제를 해결방법과 함께 제시하여 핵심 개념을 쉽게 익히도록 하였습니다.

| 개념 + α |

개념 추가 설명이나 공식 및 공식 유도, 실전 문제 풀이의 노하우 등 다양한 내용을 자세히 제시하였습니다.

개념 2 집합의 연산법칙

세 집합 A, B, C 에 대하여

- ① **교환법칙**
 $A \cup B = B \cup A$ ② $A \cap B = B \cap A$
- ③ **결합법칙**
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- ④ **분배법칙**
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- ⑤ **드모르간의 법칙**
 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

개념 + α

- ① 집합의 결합법칙은 연산의 순서가 바뀌어도 결과는 같고 결합법칙과 분배법칙의 순서에도 상관없다.
- ② $(A \cup B) \cap C = A \cap C \cup B \cap C$
 $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- ③ 집합의 연산을 간단히 나타낼 때 차집합은 교집합으로 표현한 뒤 집합의 연산법칙을 활용한다. 예를 들어
 $(A - B)^c = (A \cap B^c)^c$
 $= A^c \cup B$

05 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $A \cap C = \{1, 2, 4\}, B \cap C = \{2, 4, 5\}$
 일 때, 집합 $(A \cup B) \cap C$ 의 모든 원소의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

06 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수의 두 부분집합 } A, B \text{에 대하여}$
 $A = \{1, 4, 8\}, B = A \cup \{2, 5\}$
 일 때, 집합 $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

07 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $(A \cup B) \cap A = A \cup B$
 가 성립할 때, (\emptyset) 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

㉠ m
 ㉡ $A \cap B = A$
 ㉢ $B - A = \emptyset$
 ㉣ $A \cup B = U$

① ㉠ ② ㉡, ㉢ ③ ㉣
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉢, ㉣

08 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수의 두 부분집합 } A = \{1, 2, 6\}, B = \{x, y, 3, 8\}$ 에 대하여
 $(A^c \cap B) \cup (A - B^c) = A^c$
 일 때, $x + y$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $n(B) = 4$)

13 | 집합과 명제

| 유제 |

쉬운 문제부터 개념의 이해를 완성하는 다양한 문제를 제시하여 기초 실력을 쌓을 수 있도록 하였습니다.

이 책의 차례

I

집합과 명제

- 01강 | 집합(1) 6
- 02강 | 집합(2) 12
- 03강 | 명제(1) 18
- 04강 | 명제(2) 24

II

함수와 그래프

- 05강 | 함수의 뜻 32
- 06강 | 합성함수와 역함수(1) 38
- 07강 | 합성함수와 역함수(2) 44
- 08강 | 유리식과 유리함수 50
- 09강 | 무리식과 무리함수 58

Ⅲ

경우의 수

10강 | 순열과 조합 66

책 속의 책 | 정답 및 풀이

01

강

집합(I)

학습
체크

- 개념 1 집합의 뜻과 표현
- 개념 2 집합의 원소의 개수
- 개념 3 집합 사이의 포함 관계
- 개념 4 부분집합의 개수
- 실전문제 넘어 서기

개념 1 집합의 뜻과 표현

- (1) **집합** : 어떤 조건이나 기준에 의하여 그 대상을 명확히 구분할 수 있는 것들의 모임
- (2) **원소** : 집합을 이루는 대상 하나하나
- (3) 원소를 나타내는 기호
 $a \in A$: a 는 집합 A 에 속한다.
 $b \notin A$: b 는 집합 A 에 속하지 않는다.
- (4) 집합을 나타내는 방법
 - ① **원소를 나열하는 방법** : 집합에 속하는 모든 원소를 기호 { } 안에 나열하여 나타내는 방법
 - ② **조건을 제시하는 방법** : 집합의 원소들이 갖는 공통 성질을 조건으로 제시하여 나타내는 방법
 - ③ **벤 다이어그램** : 집합을 그림으로 나타내는 방법

개념 + α

집합인지 아닌지의 여부는 그 대상을 명확히 구분할 수 있는지에 따라 판단한다. '1보다 작은 자연수의 모임' 과 같이 그 대상이 없는 것도 대상이 없다는 사실을 명확히 판단할 수 있으면 집합이다.

대표 예제

01 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 1에 가까운 수의 모임
- ② 2보다 작은 소수의 모임
- ③ 3보다 큰 자연수의 모임
- ④ 4의 배수인 홀수의 모임
- ⑤ 5를 소인수로 갖는 자연수의 모임

Tip 집합은 어떤 조건이나 기준에 의하여 그 대상을 명확히 구분할 수 있어야 한다.

02 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$$

에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $1 \in A$ ② $2 \notin A$ ③ $3 \notin A$
- ④ $4 \in B$ ⑤ $5 \notin B$

03 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 <보기>에서 집합 A 를 조건을 제시하는 방법으로 나타낸 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보기 >

- ㄱ. $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수인 자연수}\}$
- ㄴ. $\{x \mid x = 2n, n \text{은 한 자리 자연수}\}$
- ㄷ. $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{로 나누어떨어지는 한 자리 자연수}\}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04 집합 $A = \{-1, 0, 2\}$ 에 대하여 집합

$$X = \{a + b \mid a \in A, b \in A\}$$

의 모든 원소의 값의 합은?

- ① 0 ② 2 ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

개념 2 집합의 원소의 개수

- (1) 원소의 개수에 따른 집합의 분류
 - ① 유한집합 : 원소가 유한개인 집합
 - ② 무한집합 : 원소가 무한개인 집합
 - ③ 공집합(\emptyset) : 원소가 하나도 없는 집합
- (2) 유한집합 A 의 원소의 개수는 $n(A)$ 로 나타낸다.

개념 + α

- (1) 공집합 \emptyset 은 유한집합이다.
 $n(\emptyset)=0$
- (2) 공집합을 원소로 갖는 집합
집합 $A=\{\emptyset\}$ 은 \emptyset 을 원소로 가지므로 $n(A)=1$ 이다.

대표 예제

05 세 집합

- $A=\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\},$
 - $B=\{x|x \text{는 } x^2 \leq 12 \text{인 정수}\},$
 - $C=\{x|x \text{는 } x^2+x+12=0 \text{인 실수}\}$
- 에 대하여 $n(A)+n(B)+n(C)$ 의 값은?
- ① 7 ② 9 ③ 11
 - ④ 13 ⑤ 15

Tip 세 집합을 원소를 나열하는 방법으로 나타낸 다음 원소의 개수를 구한다.

06 다음 중 공집합인 것은?

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 2 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x^2 < 0 \text{인 실수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x^2 < |x| \text{인 실수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } x^2-x+1 > 0 \text{인 실수}\}$

07 두 집합

$$A=\{0, 1, 2, 3, 4\},$$

$$B=\{x|x \in A, x^2 \notin A\}$$

에 대하여 $n(A)+n(B)$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

08 두 집합

$$A=\{x|x \text{는 } x \leq k \text{인 } 6 \text{의 배수}\},$$

$$B=\{x|x \text{는 } x \geq k \text{인 } 6 \text{의 약수}\}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보기 >

- ㄱ. $k < 6$ 이면 $n(A)=0$ 이다.
- ㄴ. $k=6$ 이면 $n(B)=1$ 이다.
- ㄷ. $k > 6$ 이면 $n(A) > n(B)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 3 집합 사이의 포함 관계

- (1) **부분집합** : 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 속할 때, 집합 A 를 집합 B 의 부분집합이라 하고, 기호로 $A \subset B$ 와 같이 나타낸다. 또, 집합 A 가 집합 B 의 부분집합이 아닐 때 기호 $A \not\subset B$ 로 나타낸다.
- (2) **서로 같은 집합** : $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때 두 집합 A, B 는 서로 같다고 하고, 기호 $A = B$ 로 나타낸다. 또, 두 집합 A, B 가 서로 같지 않을 때 기호 $A \neq B$ 로 나타낸다.
- (3) **진부분집합** : 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때 A 를 B 의 진부분집합이라 한다. (즉, 집합 B 의 진부분집합은 B 의 부분집합 중 B 를 제외한 모든 부분집합이다.)

개념 + α

- (1) 집합의 포함 관계에 대한 성질
세 집합 A, B, C 에 대하여
 - ① $\emptyset \subset A, A \subset A$
 - ② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$
 - ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이면 $A \subset C$
- (2) n 의 배수의 집합을 A_n , n 의 약수의 집합을 B_n 이라 할 때
 - ① $A_n \subset A_m$ 이면 n 은 m 의 배수이다.
 - ② $B_n \subset B_m$ 이면 n 은 m 의 약수이다.

대표 예제

09 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\},$
 $B = \{1, 3, 6, a-3, a^2+a\}$
 에 대하여 $A \subset B$ 가 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합을 구하시오.

Tip 1, 3, 6은 두 집합 A, B 에 모두 속하는 원소이므로 $a-3, a^2+a$ 중 하나의 값이 2이어야 한다.

10 두 집합

$$A = \{x \mid x^2 + ax - 2a^2 = 0\},$$

$$B = \{2, b\}$$

에 대하여 $A = B$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

11 자연수 k 의 약수를 원소로 갖는 집합을 A_k 라 하자. $(A_8 \cup A_{12}) \subset A_a$ 를 만족시키는 a 의 최솟값을 m , $A_b \subset (A_{12} \cap A_{15})$ 를 만족시키는 b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 25 ② 26 ③ 27
 ④ 28 ⑤ 29

12 두 집합

$$A = \{1, 2, a\},$$

$$B = \{x \mid |x-1| \leq a^2+1, x \text{는 정수}\}$$

에 대하여 집합 A 가 집합 B 의 진부분집합이 되도록 하는 $|a| \leq 10$ 인 정수 a 의 개수를 구하시오.

(단, $a \neq 1, a \neq 2$)

개념 4 부분집합의 개수

- (1) 부분집합의 개수
 $n(A) = k$ 인 집합 A 의 부분집합의 개수는 2^k
- (2) 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 에 대하여
 - ① 특정한 원소 k 개를 반드시 원소로 갖는 집합 A 의 부분집합의 개수는 2^{n-k} (단, $n \geq k$)
 - ② 특정한 원소 l 개를 원소로 갖지 않는 집합 A 의 부분집합의 개수는 2^{n-l} (단, $n \geq l$)

개념 + α

- (1) $n(A) = k$ 인 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^k - 1$
- (2) $n(A) = n$ 인 집합 A 의 부분집합 중 특정한 원소 k 개를 반드시 원소로 갖고, 특정한 원소 l 개를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는 2^{n-k-l} (단, $n \geq k+l$)
- (3) 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(A) = k, n(B) = l$ 일 때, 집합 B 의 원소를 적어도 하나 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^k - 2^{k-l}$

대표 예제

13

집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 중 모든 원소가 소수인 부분집합의 개수는?

- ① 1 ② 3 ③ 7
- ④ 15 ⑤ 31

꿀팁

Tip | 집합 A 의 공집합이 아닌 부분집합 중 모든 원소가 소수인 부분집합은 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 이다. 즉, 구하는 부분집합의 개수는 집합 B 의 공집합이 아닌 부분집합의 개수와 같다.

14

두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$
 에 대하여 $A \subset X, X \subset B, X \neq B$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하시오.

15

집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 2, 3은 원소로 갖고 5의 배수는 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 4 ② 8 ③ 16
- ④ 32 ⑤ 64

16

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 짝수인 원소를 적어도 하나 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.



넘어 서기

01 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\emptyset \subset A$ ② $1 \in A$ ③ $\{1\} \in A$
- ④ $\{2\} \subset A$ ⑤ $\{1, 2\} \in A$

02 두 집합

$$A = \{x \mid x = 2^{n+2} \times 3^n, n \text{은 음이 아닌 정수}\},$$

$$B = \{y \mid y = 5^m, m \text{은 음이 아닌 정수}\}$$

에 대하여 집합 C 가

$$C = \{ab \mid a \in A, b \in B, ab \leq 100\}$$

일 때, 집합 C 의 모든 원소의 합을 구하시오.

03 집합 $A = \{x \mid kx^2 - 4x + 5 - k < 0\}$ 이 유한집합이 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

04 실수 전체의 집합 U 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x^2 - 2ax + 4a = 0\},$$

$$B = \{x \mid x^2 = a\}$$

에 대하여 $n(A) \times n(B) = 2$ 가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

빈출 유형

05 실수 전체의 집합 U 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\},$$

$$B = \{x \mid a - 1 < x \leq 2a + 5\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 가 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은? (단, $a \geq -6$)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

06 두 집합

$$A = \{2a + 3, a^2 + a, 3\},$$

$$B = \{2b - 1, 2, 5\}$$

에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 가 되도록 하는 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5